

中尾 充宏 (NAKAO Mitsuhiro)

研究概要

無限次元問題の解に対する精度保証付き数値計算法、特に偏微分方程式とそれに関連した問題の解に対する数値的検証法の研究を行っている。また併せて、有限要素法の信頼性、特に構成的誤差評価に関心を持ち、その a priori および a posteriori な評価手法の導出を目ざしている。これは非線形偏微分方程式の解の数値的検証の基礎を与える研究ともなっている。

偏微分方程式の解に対する精度保証については、筆者（中尾）が、楕円型境界値問題の有限要素近似とその構成的 a priori 誤差評価を、区間解析と有効に組み合わせることにより、厳密解が計算機上で捉えられことを、1988 年世界に先駆けて立証した。この方法による検証結果は、解の存在検証とともに偏微分方程式の有限要素近似解に対する a posteriori 誤差評価をも与えるものである。

その後、関連研究協力者との共同研究で、この原理にもとづく研究を進め、現在までに 2 次元有界領域上の 2 階半線形楕円型方程式の Dirichlet 問題については、多くの問題に対して、検証精度・効率の点で十分実用性のある方法として定着させるに至った。さらに適用対象も、楕円型作用素の固有値問題や逆固有値問題、定常 Navier-Stokes 方程式あるいは変分不等式にまで広げること成功している。

最近では、応用解析学研究者との連携のもとに、理論解析が困難な Navier-Stokes 方程式支配下の熱対流問題に対し、分岐解の性質に関する計算機支援証明を試みている。2 次元問題については、現在までに、分岐点から十分長い Rayleigh 数領域で分岐解が存在することの数値的証明や、2 次分岐の存在検証など、理論的解明が困難ないくつかの課題について数値的検証を行い、内外の注目を集めている。現在、特にこの結果の 3 次元問題への拡張に取り組んでいる。3 次元では hexagonal や rectangular あるいは mixed タイプなど、興味ある解の存在が予想されており、数値検証の対象としても重要であるが検証コストをはじめ検証の困難性は飛躍的に増大する。現在までに、基本的定式化を終え、臨界 Rayleigh 数からの分岐後まもなくの解（例えば、相対 Rayleigh 数 ≈ 1.1 程度）については、その存在検証を実現しており、今後の改良についても鋭意検討を進めている。このほか、一層の効率的検証方式の開発を進めるとともに、発展方程式など新たな検証対象へも適用領域を広めるの検討を行っている。例えば、スペクトル法を用いた高精度検証方式の開発や、精度保証の基礎となる各種 a priori 定数の計算機援用証明による精度保証付き算定、あるいは実際の現象を記述する問題の解を計算機援用で証明するなどの成果を上げている。また、発展方程式の解の精度保証のための検討を行い、非線形放物型方程式の解を無限次元 Newton 型作用素を用いて包み込むために、線形放物型作用素の逆作用素に対するノルム評価手法の定式化を行った。このように、将来の「計算機援用解析学」の創設に向けてさらなる研究を展開している。

「マス・フォア・インダストリ」にかかわる H20, 21 年度の研究実績概要

計算の信頼性の観点から産業界に貢献するための数理的アプローチについて検討した。特に産業界においては物理現象の数学モデルである偏微分方程式を用いた数値シミュレーションが重要であるため、その信頼性を保証する数学的理論と実際の問題への適用例を示した。具体的には、Navier-Stokes 方程式支配下の熱対流問題の近似解の精度保証を実現した。またスリット状の領域を流れる流体に不

安定性が生じることを数学的に検証した。さらに有限要素法の構成的誤差評価を与えることにより、数値シミュレーションにおいてどの程度の誤差が想定されるのかを数学的な立場から明らかにした。一方で、学会会議の総合工学委員会・機械工学委員会合同の「計算科学シミュレーションと工学設計分科会」に所属し、同委員会で数値シミュレーションにおける数学的理論の貢献に関して講演・討論を行い、産業や工学分野に対する計算の信頼性に関する啓蒙活動を行った。

研究業績

1. Nakao, M.T., Hashimoto, K., Nagatou, K., A computational approach to constructive a priori and a posteriori error estimates for finite element approximations of bi-harmonic problems, GAKUTO International Series, Mathematical Sciences and Applications Vol. 28, Proceedings of the 4th JSIAM-SIMAI Seminar on Industrial and Applied Mathematics, May 26-28, 2005, Hayama, Japan (2008), 139-148.
2. Nakao, M.T., Hashimoto, K., Guaranteed error bounds for finite element approximations of noncoercive elliptic problems and their applications, Journal of Computational and Applied Mathematics, 218 (2008), 106-115.
3. Nakao, M.T., Kinoshita, T., Some remarks on the behaviour of the finite element solution in nonsmooth domains, Applied Mathematics Letters 21 (2008), 1310-1314.
4. M.-N. Kim, M.T. Nakao, Y. Watanabe, T. Nishida, A numerical verification method of bifurcating solutions for 3-dimensional Rayleigh-Bénard problems, Numerische Mathematik 111 (2009), 389-406.
5. Nakao, M.T., Kinoshita, T., On very accurate verification of solutions for boundary value problems by using spectral methods, JSIAM Letters 1(2009), 21-24.
6. Kinoshita, T., Hashimoto, K. and Nakao, M.T., On the L^2 a priori error estimates to the finite element solution of elliptic problems with singular adjoint operator, Numerical Functional Analysis and Optimization 30 (2009), 289-305.
7. Watanabe, Y., Plum, M, Nakao, M.T., A computer-assisted instability proof for the Orr-Sommerfeld problem with Poiseuille flow, Zeitschrift fu, 26 (2009), 443-463er Angewandte Mathematik und Mechanik(ZAMM) 89 (2009), 5-18.
8. Mitsuhiro T. Nakao and Kouji Hashimoto, A numerical verification method for solutions of nonlinear parabolic problems, Journal of Mathematics for Industry, Vol.1, JMI2009A-9(2009), 69-72.
9. M.T. Nakao, Y. Watanabe, N. Yamamoto, T. Nishida, M.-N. Kim, Computer assisted proofs of bifurcating solutions for nonlinear heat convection problems, Journal of Scientific Computing, Proc. International Conference on Recent Developments of Numerical Schemes for Flow Problems(INSF2007, Fukuoka, Japan), (2009) DOI 10.1007/s10915-009-9303-3.
10. Y. Watanabe, M. T. Nakao, Numerical verification method of solutions for elliptic equations and its application to the Rayleigh-Bénard problem, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 26 (2009), 443-463.
11. T. Kinoshita, M. T. Nakao, On very accurate enclosure of the optimal constant in the a priori error estimates for H_0^2 -projection, to appear in Journal of Computational and Applied Mathematics.

プレプリント

12. T. Minamoto, M.T. Nakao, A numerical verification method for a periodic solution of a delay differential equation, 14 pages.

解説記事・著書

1. 中尾充宏, 偏微分方程式の解に対する数値的存在検証—研究の原点とその展開—, Fundamentals Review Vol.2 No.3, 電子情報通信学会、基礎・境界ソサイエティ、(2008), 19-28.

2. 田端正久・中尾充宏, 偏微分方程式から数値シミュレーションへ / 計算の信頼性評価, 現代技術への数学入門シリーズ, 講談社, 東京, 2008.(分担頁 : 63-120)

3. Nakao, M.T., and Oishi, S.(Guest Editors), Special Issue: State of the Art for Self-Validating Numerical Computations, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics 26-2/3 (2009).

講演

1.M.T. Nakao, On the numerical verification method of solutions for evolutionary equations, International Workshop on Verified Computations and Related Topics, University of Karlsruhe (TH), Karlsruhe, Germany, March 9, 2009.

2.M.T. Nakao, Some remarks on norm estimates for linearized inverse operators and their applications to verification of nonlinear elliptic problems, International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2009, Hotel Breeze Bay Marina, Miyako Island, Japan, March 24, 2009.

3. 橋本弘治、中尾充宏 : 放物型問題に対する解の数値的検証法、2009年度日本数学会年会、東京大学 (2009年3月29日)

4.T. Kinoshita and M.T. Nakao, On the constants of a priori error estimates for the H_0^2 -projection in Ritz-Galerkin methods, International Conference on Engineering and Computational Mathematics (ECM2009), Hong Kong, May 27, 2009.

5.Kouji Hashimoto¹, Mitsuhiro T. Nakao, A numerical verification method for solutions of nonlinear parabolic problems, International Conference on Engineering and Computational Mathematics (ECM2009), Hong Kong, May 28 2009.

6.M.T. Nakao, Verified computation of a periodic solution of the Roessler system by using delayed feedback control, INDAM Meeting : Theoretical and computational methods in nonlinear differential equations, " Centro Residenziale Universitario di Bertinoro ", Forli, Italy, September 16, 2009.

7.M.T. Nakao and T. Kinoshita On verified computations of the optimal constant in the a priori error estimates for H_0^2 -projection, 7th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics(ICNAAM2009), Crete, Greece, September 21, 2009.

8. 木下武彦、渡部善隆、中尾充宏、楢円型作用素の逆作用素の作用素ノルムの評価の改良について、2009年度日本数学会秋期総合分科会、大阪大学 (2009年9月26日)

9. 皆本晃弥、中尾充宏、レスラー方程式の不安定周期軌道に対する数値的検証法、2009年度日本数学会秋期総合分科会、大阪大学 (2009年9月27日)

10. 木下武彦、中尾充宏、 H_0^2 -projection の誤差評価における最良定数の包含につ

いて、2009年度日本応用数学会年会、大阪大学(2009年9月30日)

11. 渡部善隆, 中尾充宏, Plum Michael, 長藤かおり, Orr-Sommerfeld 方程式の複素固有値の除外に対する計算機援用証明、2009年度日本応用数学会年会、大阪大学(2009年9月30日)

12. Nakao, M.T., Some remarks on the a priori L^2 error estimates of a finite element H_0^1 -projection on nonconvex domains, Dagstuhl seminar 09471, Schloss Dagstuhl, Germany, November 18, 2009.

13. 中尾 充宏、非凸領域における有限要素解の L^2 誤差評価に関する注意、研究集会: 「数値解析の現状と展望」、公立はこだて未来大学(2009年11月23日)

14. 中尾充宏、数値シミュレーションと精度保証付き数値計算、研究集会「数値シミュレーションの理論と実践」、九州大学西新プラザ(2010年2月16日)

15. M.T. Nakao, On the numerical estimation of the inverse norm for linear parabolic operators, International Workshop on Numerical Verification and its Applications (INVA 2010), Hotel Lido Azzurro, Hachijo Island, Japan, March 13, 2010.

学位

理学博士(九州大学)

受賞歴

「ナイスステップな研究者」選定(文部科学省科学技術政策研究所)2007年12月

研究集会主催

1. 「流れ問題のための高品質数値解法と計算機援用解析学」2008年11月17日~11月19日、KKR ホテル金沢(金沢共済会館)

2. International workshop on verified computations and related topics(IWVC2009)、2009年3月7-10日、カールスルーエ大学(ドイツ)

3. Invited Workshop "Verified Computation of Solutions for Partial Differential Equations and Related Topics" in International Conference on Engineering and Computational Mathematics (ECM2009), Hong Kong, May 27-29, 2009.

4. 「数値解析の現状と展望」九州大学数値解析セミナーとその協力者からの発信、2009年11月21~23日、公立はこだて未来大学

5. 応用数学合同研究集会、2009年12月17-19日、龍谷大学瀬田キャンパス

その他の特記事項

- ・"Reliable Computing"編集委員(1991-)
- ・"Journal of Computational and Applied Mathematics"編集委員(2000-)
- ・日本応用数学会評議員(2000-)
- ・GAMM(ドイツ応用数学力学学会)Activity Group "computer-assisted proofs and symbolic computations"メンバー(2002-)
- ・日本学術会議連携会員(2006-)
- ・日本数学会教育研究資金問題検討委員会委員(2008-)
- ・井上科学振興財団選考委員会委員(2008-)