

梶原 健司 (KAJIWARA Kenji)

研究概要

可積分系, 特に積分可能な離散力学系や超離散力学系に興味を持って研究を行っている. この数年は, 離散パンルヴェ系と呼ばれる非線形 2 階常差分方程式のファミリーとその拡張に関する研究に集中し, 代数幾何学的・表現論的な理論的枠組みの構築と超幾何解などの具体的な特殊解の構成に取り組んできた. その中で中心的な成果は, 野海を中心とする神戸大学のグループと共同で行った研究で, 2 階のパンルヴェ系の最上位に位置し, $E_8^{(1)}$ 型アフィンワイル群対称性を持つ「楕円パンルヴェ方程式」の定式化と「楕円超幾何関数」で表わされる超幾何型特殊解の構成に成功し, それを応用して Sakai による分類に現れる全ての q -パンルヴェ系の超幾何解の構成を行ったことである.

最近以上成果を踏まえて非自励系の離散ソリトン系や可解カオス系の研究にも着手している. 前者については, 非自励系 (格子間隔が定数でなく対応する独立変数の任意関数になる場合) の離散ソリトン系の双線形構造を研究し, 離散 KdV 方程式や離散 Toda 方程式の場合に非自明な補助 τ 関数が必要になることを示した. これを踏まえて離散ソリトン系の理論の離散微分幾何への応用に向けて具体的な検討を進めている. 後者については楕円曲線上の倍角写像に由来する 1 次元可解カオス系の超離散化に成功し, 超離散化によってもっとも基本的なカオス系の一つであるテント写像と一般解の超離散テータ関数表示を得た. その副産物として, テント写像があるトロピカル複 2 次曲線上の倍角写像であることを明らかにした. さらにトロピカル幾何の手法を応用して, 2 次元の可解カオス系である Hesse の 3 次曲線上の倍角写像およびその一般解の超離散化に成功した.

「マス・フォア・インダストリ」にかかわる H20, 21 年度の研究実績概要

第一に, ある種の離散パンルヴェ系の超幾何解に見られる不整合を考察して背後のメカニズムを明らかにし, そのメカニズムを一般化して, 離散パンルヴェ系の「射影簡約」の概念を提出した. この概念はランダム行列や離散微分幾何への応用上重要である. 第二に, 可積分系の枠を半歩離れて可解カオス系を考察し, 超離散化の手法を応用して有理写像と区分線形写像を一般解まで込めて極限操作で直接結びつけることに成功し, 副産物として可解区分線形写像の背後にトロピカル幾何的構造があることを示した. 第三に, 離散ソリトン方程式の理論を不均一格子上に拡張することに成功し, 方程式, 解などを組織的に取り扱えるようになった. この拡張は離散微分幾何に直接応用ができるため, 現在離散曲線, 離散曲面論への応用を推進中である.

研究業績

1. Kenji Kajiwara, Atsushi Nobe and Teruhisa Tsuda, Ultradiscretization of solvable one-dimensional chaotic maps, J. Phys. A Math. Theor. 41 (2008) 395202 (13pp).
2. Kenji Kajiwara, Masanobu Kaneko, Atsushi Nobe and Teruhisa Tsuda, Ultradiscretization of a solvable two-dimensional chaotic map associated with the Hesse cubic curve, Kyushu J. Math. 63(2009) 315–338.
3. Kenji Kajiwara and Yasuhiro Ohta, Bilinearization and Casorati determinant solutions to non-autonomous 1+1 dimensional discrete soliton equations, RIMS Kokyuroku Bessatsu B13(2009) 53-74.

4. 梶原健司, 中園信孝, 津田照久, q -Painlevé 方程式の対称化, 九州大学応用力学研究所研究集会報告 20ME-S7 「非線形波動の数理解と物理」(2009) 21–28.
5. Ken-ichi Maruno and Kenji Kajiwara, The discrete potential Boussinesq equation and its multisoliton solutions, to appear in *Applicable Analysis* (2010).

プレプリント

6. Kenji Kajiwara, Nobutaka Nakazono and Teruhisa Tsuda, Projective reduction of the discrete Painlevé system of type $(A_2 + A_1)^{(1)}$, arXiv:0910.4439, submitted to *Int. Math. Res. Notices*.

講演

1. Hypergeometric solutions to the Painlevé systems 2008.6.23 International Workshop on Symmetries and Integrability of Difference Equations (SIDE 8), Hotel Mont-Gabriel, Sainte-Adèle, Quebec, Canada.
2. 1次元可解カオス力学系の超離散化とトロピカル幾何 2008.7.11 龍谷数理解析セミナー, 龍谷大学工学部
3. 1次元可解カオス系の超離散化とトロピカル幾何 2008.9.24 日本数学会秋季総合分科会, 東京工業大学
4. Non-autonomous discrete KdV 方程式の双線形化と Casorati 行列式解 2008.9.24 日本数学会秋季総合分科会, 東京工業大学
5. q -パンルヴェ方程式の対称化とその超幾何解 (I) 2009.3.29 日本数学会年会, 東京大学大学院数理科学研究科
6. Ultradiscretization of solvable chaotic maps and the tropical geometry 2009.4.2 Geometric aspects of discrete and ultra-discrete integrable systems, Glasgow University, UK (Invited talk).
7. Hypergeometric solutions to the symmetric discrete Painlevé equations 2009.7.3 Discrete systems and special functions, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, UK (Plenary talk).
8. 可解カオス系の超離散化 2009.5.18–22, 東京大学大学院数理科学研究科, 集中講義
9. 可解カオス系の超離散化 2009.8.31–9.1, 青山学院大学大学院理工学研究科, 集中講義
10. Hesse の 3 次曲線に付随する 2 次元可解カオス系の超離散化 2009.9.24, 日本数学会 2009 年度秋季総合分科会, 大阪大学大学院理学研究科
11. 可解カオス系の超離散化 2009.11.20 九州大学応用力学研究所研究集会「非線形波動研究の現状と将来」
12. Ultradiscretization of solvable chaotic systems 2010.1.7 China-Japan Joint Workshop on Integrable Systems, Shaoxing University, China
13. 可積分系入門 2010.2.22 九州大学産業技術数理研究センター第 9 回ワークショップ「離散可積分系・離散微分幾何チュートリアル」
14. Discrete Schwarzian KP 方程式の双線形化と簡約 2010.3.26, 日本数学会 2010 年度年会, 慶應義塾大学

学位

博士 (工学)(東京大学)

研究集会の主催

1. 九州大学産業技術数理研究センター第 9 回ワークショップ「離散可積分系・離

散微分幾何チュートリアル」(2010.2.22-2.24)

その他特記事項

1. 九州可積分系セミナー世話人
2. 日本応用数学会応用可積分系研究部会 委員
3. 日本数学会無限可積分系セッション責任者
4. 九州大学応用力学研究所共同利用研究集会「非線形波動の数理と物理」 実行委員 (2008.11.6-11.8)
5. 九州大学産業技術数理研究センター第9回ワークショップ「離散可積分系・離散微分幾何チュートリアル」 実行委員長 (2010.2.22-2.24)