

若山 正人 (WAKAYAMA Masato)

研究概要

非可換調和振動子のスペクトルとそのゼータ関数:

10 年程度前から行っている研究である．一昨年には，非可換調和振動子のスペクトルゼータ関数の $s = 2$ における値の記述に現れるアペリ数の類似物の母関数 $w_2(t)$ の満たす微分方程式が，4-torsion をもつ楕円曲線の族の Picard-Fuchs eq. に他ならないことを示した．実際，族を定めるパラメータ t は合同部分群 $\Gamma_0(4)$ の保型関数と考えることができる．このことを用いて，($t = \lambda(\tau)$ を古典的な Legendre 保型関数とすると) 解 $w_2(t)$ が $\Gamma_0(4)$ の重さ 1 の保型形式であることを示した．さらに，上述のアペリ数の類似の高次版を定めると予想される定積分の性質と，その保型形式との対応を研究した (木本一史との研究)．また，非可換調和振動子の n 番目のスペクトルの評価も得た (一瀬孝との研究)．上記 $w_2(t)$ の $s = 3$ での対応物 $w_3(t)$ は， $w_2(t)$ と同一だが，inhomogeneous part をもつ微分方程式を満たす．これについての幾何学的考察を開始した．

α -行列式の表現論:

統計学・確率論の文脈から現れた α -行列式に対し，2 年前，それによって生成される GL_n -巡回加群の表現論的構造 (既約分解) を松本詔との研究で明らかにした． $\alpha = -1$ が通常の行列式であり， $\alpha = 1$ のときがパーマメントである．そこで判ったことは， α が特別な値 (Macdonald の意味での，所謂，最高ウェイト (ヤング図形) λ に対する content polynomial の根) のときには， λ に対応する既約成分が generic な α の場合の巡回加群の既約分解から抜け落ちてしまうという事実である．このような値を退化値と呼ぶことにすると，それらは $\alpha = \pm 1/k$ ($k = 1, 2, \dots, n-1$) で尽くされる．このような退化値のうち $\alpha = -1/k$ の場合に wreath 行列式なる概念を導入し，それが対称群の wreath 積の相対不変式を定めることを利用し， GL_n の不変式論及び球関数論の研究を行った．一方で，量子群に対してその巡回加群の構造を調べた．これは思想的には先の研究の量子群類似であるが，1) 古典的な場合には現れない構造が豊富に見られる，2) パラメータ q と $1/q$ を base とする量子群加群の間にある種の双対性が示唆される (予想が得られた)，という意味で興味深い (木本一史との研究)．3) α -行列式の自然数べきに対し，それが定める GL_n -巡回加群の研究を行った (木本一史・松本詔との研究)．べきが 1 の場合には退化を統制する多項式はコンテンツ多項式と呼ばれる物であったが，べきが 1 より大であるときには， $n = 2$ という非自明ではあるが最も簡単な場合でも Jacobi 多項式が現れる．現在のところ，その理由の解明には至っていないが，Fuchs 型微分方程式の観点からの研究をほんの少し進めることができた．さらに，wreath 行列式を用いて，有限群 G とその部分群に対して，いわゆる群行列式の拡張である，wreath 型群行列式の研究を開始した．

ミルナー型のガンマとゼータ関数:

ミルナー型の多重ガンマ関数を定義し，その解析的性質と特殊値の研究を行った (黒川信重，落合啓之との研究)．また，ミルナー型のヘッケ L 関数の行列式表示の研究を行った．さらに，ミルナー・セルバーグ型ゼータ関数の研究に進み，そのガンマ因子が上記多重ガンマで与えられることを示し，当該ゼータ関数の高次行

列式表示を得た（以上、山崎義徳との研究）。

以上のほか、エルミート対称空間における調和解析的視点から、多変数 Meixner-Pollaczek 多項式の研究を行った。応用として、パラメータが特別の場合の Meixner-Pollaczek 多項式のセルバーグ型の積分表示と行列式表示を得た（Jacques Faraut との共同研究）。また、以前の黒川信重との論文 [2] で定義した q -series で定義される楕円関数の族（のそれぞれ）が、非線型の代数的微分方程式を満たすことを示した。

「マス・フォア・インダストリ」にかかわる H20, 21 年度の研究実績概要

1. 多項分布や負の 2 項分布等を統一にとらえようとして、統計学・確率論の文脈から導入された「 α -行列式」であったが、いったんこの事実を忘れ、 α -行列式の表現論を展開した結果、逆に、統計学において重要な帯多項式の研究との接点が見い出された。マス・フォア・インダストリの要である統計理論への表現論の新しい寄与でもある。

2. かつては、電信・電報通信の研究のために、導入された Meixner 多項式と Pollaczek 多項式について、調和解析的視点からの研究をすすめることにより、現代でも工学的に重要な特殊関数である Meixner-Pollaczek 多項式の重要性質が（おおよそすべて）導かれた。

研究業績

1. Alpha-determinant cyclic modules and Jacobi polynomials, Transactions of the American Mathematical Society, 361, 2009, 6447-6473, Kazufumi Kimoto, Sho Matsumoto and Masato Wakayama.
2. Ruelle type L -functions versus determinants of Laplacians for torsion free abelian groups, International Journal of Mathematics, 19(8), 2008, 957-979, Nobushige Kurokawa, Yoshinori Yamasaki and Masato Wakayama.
3. Period deformations and Raabe's formulas for generalized gamma and sine functions, Kyushu Journal of Mathematics, 62, 2008, 171-187, Nobushige Kurokawa and Masato Wakayama.

プレプリント

4. Higher depth determinants of Laplacians and Milnor-Selberg zeta functions, Preprint, 2010, Masato Wakayama, Nobushige Kurokawa & Yoshinori Yamasaki.
5. Non-linear algebraic differential equations satisfied by certain family of elliptic functions, MI Preprint, 2009-17, Masato Wakayama & Keitaro Yamamoto.
6. Hermitian Symmetric Spaces of Tube Type and Multivariate Meixner-Pollaczek Polynomials, arXiv:0812.1292, Masato Wakayama & Jacques Faraut.

著書

1. 可視化の技術と現代幾何学, 岩波書店, 2010 年 3 月
2. 現代技術への数学入門（シリーズ全 6 巻）, 講談社, 東京, 2008 年 6 月～2009 年 2 月（編）, 第 6 巻：暗号の整数論（金子昌信/境隆一 著）
3. 現代技術への数学入門（シリーズ全 6 巻）, 講談社, 東京, 2008 年 6 月～2009 年 2 月（編）, 第 5 巻：偏微分方程式から数値シミュレーションへ / 計算の信頼性評価（田端正久/中尾充宏 著）

4. 現代技術への数学入門 (シリーズ全 6 巻), 講談社, 東京, 2008 年 6 月 ~ 2009 年 2 月 (編), 第 4 巻: 統計的モデリング / 情報理論と学習理論 (小西貞則/竹内純一 著)
5. 現代技術への数学入門 (シリーズ全 6 巻), 講談社, 東京, 2008 年 6 月 ~ 2009 年 2 月 (編), 第 3 巻: パターン形成の数理 / 技術者のための微分幾何入門 (栄伸一郎/山田光太郎 著)
6. 技術を支える数学, 日本評論社, 2008 年 8 月, 九州大学大学院数理学研究院・九州大学産業技術数理研究センター (MRIT) 編
7. 技術に生きる現代数学, 岩波書店, 2008 年 2 月, 編・著 (二宮嘉行, 谷口説男, 金子昌信, 福本康秀, 佐伯修)

講演

- 1.”調査報告と提言: 文部科学省委託事業「数学・数理科学と他分野の連携・協力の推進に関する調査・検討 ~ポスト第 3 期科学技術基本計画の検討に向けて~」” 学会特別講演会 日本数学会 2009 年度年会, 慶應義塾大学, 27 March, 2010.
- 2.”数学博士の多様な未来” 日本数学会 教育シンポジウム基調講演, 慶應義塾大学, 27 March, 2010.
- 3.”花冠型群行列式” 研究集会『数理解析の諸問題とその展望 -宮川鉄朗先生を追悼して-, 金沢大学, 20 February, 2010.
- 4.『素数が生む真空エネルギー』第 5 回代数・解析・幾何学セミナー, 鹿児島大学, 16 February, 2010.
- 5.”Representation Theory of n -determinants” Department of Mathematics, National University of Singapore, 29 January, 2010.
- 6.Hermitian Symmetric Spaces of Tube Type and Multivariate Meixner-Pollaczek Polynomials, 研究集会「表現論がつなぐ数学」, ホテル ロコア ナハ 那覇市, 14-15 September, 2009.
- 7.Representation theory for n -determinants, 数理科学コロキウム, 理化学研究所, 6 July, 2009.
8. 多変量正規分布の測地線について 群の表現論の観点から (Geodesics on a multivariate normal distribution- from Representation theoretic points of view), [情報統計力学の深化と展開 (DEX-SMI) 研究集会] log P の情報学, 九州大学西新プラザ, 16 June, 2009.
- 9.Arithmetics on Non-commutative harmonic oscillators, International workshop on verified computations and related topics, University of Karlsruhe (TH), Germany, March, 7-10, 2009 .
- 10.Harmonic analysis on Hermitian symmetric spaces of tube type and multivariate Meixner-Pollaczek polynomials, Zetas and Limit Laws in OKINAWA 2008, Okinawa Convention Center, 22-25 November, 2008 .

学位

理学博士 (広島大学)

研究集会の主催

1. 「広がっていく数学 - 社会からの期待」, 東京大学 駒場キャンパス 大学院数理学研究科, 22-23 February, 2010.
2. 研究集会「表現論がつなぐ数学」, ホテル ロコア ナハ, 那覇市, 14-15 September, 2009.

3. Casimir Force, Casimir Operators and the Riemann Hypothesis, Nishijin Plaza, Kyushu University, Fukuoka, Japan, 9-13 March, 2009.
4. International workshop on verified computations and related topics, University of Karlsruhe (TH), Germany, 7-10 March, 2009 .
5. コンソーシアム「マス・フォア・インダストリ」第一回フォーラム, 第一ホテル東京シーフォート, 16-17 September, 2008.

その他特記事項

- ・文部科学省「数学・数理科学と他分野の連携・協力の推進に関する調査・検討 ~ 第4期科学技術基本計画の検討に向けて ~」, 委託代表者, September, 2009 ~ March, 2010.
- ・論文誌編集委員 (2008年以降) Journal of Math-for-Industry, Editor-in-Chief, 2008 ~ .