

栄 伸一郎 (EI Shin-Ichiro)

#### 研究概要

生物における様々な形態の発現過程や BZ 反応等の化学反応に見られる時・空間パターンの形成過程を記述したモデルの一つに、反応拡散型と呼ばれる半線形放物型偏微分方程式系があります。反応拡散型モデル方程式の解が表現するさまざまな時・空間パターンの背後にある数理構造を研究することが研究目標であり、その研究を通して実際の現象のメカニズムを理解できればと思っています。空間パターンは空間的に局在したプロファイルを持つ解によって表現されるわけですが、そうした局在解の典型例として内部遷移層を持つ解やパルス状解をあげることができます。

まず内部遷移層を持つ解やそれに関連した自分のこれまでの研究について紹介します。内部遷移層を持つ解は界面を表現していて、結晶の成長過程や化学反応に観察されるスパイラルパターン等の研究に有効と考えられています。私はその中でも平均曲率に依存して運動する界面の研究に携わり、界面の安定性を与えるための条件を導いたり、元の内部遷移層を持つ解との対応に数学的妥当性を与えたりすることができました。その成果としてこれまで知られていた代表的な2つの運動、速い運動と遅い運動、の中間の速さを持つような、これまで知られていなかった新しい運動の存在や例を示すことができました。

パルス状に局在した解に対する研究は、最近特に興味を持って取り組んでいるテーマです。パルス状解に対しては特に定常問題に対する研究が近年長足の進歩を遂げており、様々なタイプの局在定常解の存在や安定性が解析出来るようになってきました。形態形成モデルにおける尖塔状定常解や神経伝播方程式におけるパルス状進行波解等がその典型例です。ところで空間パターンの時間発展という問題を考えるとき、定常解はその漸近挙動に対応しており、遷移過程は一般に表現していません。しかしながら、局在定常解は複雑な時・空間パターンの、ある特徴的な構成単位に対応すると考えられます。例えば Allen-Cahn 方程式においては kink 解と呼ばれる安定フロント定常解がその構成単位であり、パターンは複数の kink 解や antikink 解 (kink 解を対称変換したもの) の集まりとして表現されます。kink-antikink 解の相互作用による粗視化過程は遷移過程の典型的な例です。このように、パターンを構成する個々の単位となる解については多くの性質が明らかになってきており、全体としてのパターンはそれら単位となる解の集まりとして表現され、その相互作用によって全体像は刻々と変化し秩序構造が形成されていきます。こうした局在解の間の相互作用を解析するための方法の一つに弱い相互作用の方法があります。これは局在解同士の間隔が十分大きい場合の相互作用を摂動的に調べるというものであり、空間1次元及び2次元の反応拡散系に対してこの手法の数学的基礎付けを確立することができました。これにより空間2次元における Gray-Scott モデルや Gierer-Meinhardt モデルにおける尖塔状局在解の反発的相互作用や、また一方でパルス反射の挙動や Gray-Scott モデルにおける自己複製現象といったダイナミックな運動もある程度解析できるようになりました。

以上述べた2つのタイプの解以外にも、時・空間パターンを表す解の様々な挙動に興味があり、たとえば燃焼方程式における振動的燃焼パターンの存在を示した結果等をあげることができます。ところで活性化・抑制化因子系では対消滅が起こることが知られていますが、こうした挙動はもはや弱い相互作用の下での解

析では不十分であり、分裂した直後、あるいは消滅の直前までの解析などには必ずしも弱くない相互作用を考察する必要があります。これに対しては現在、特殊な問題に対してある種の近似解を構成出来ることが分かっていますが、その数学的妥当性を与えるには至っておらず現在の研究の大きな目標の一つとなっています。また多くの重要な問題に対して近似解の構成そのものが大変困難であり、特に分裂や消滅の過程そのものを表現する(近似)解の構成は全く手つかずの状態です。このように、解の遷移過程を表すための手法の開発はこれからの大きな課題であり何らかのブレークスルーが必要であると思われます。そうした理論、手法の開発の一翼を担うべく現在研究を進めているところです。

「マス・フォア・インダストリ」にかかわる H20, 21 年度の研究実績概要  
樟脳と呼ばれる、界面活性効果を持つ物質を小片を水面に浮かべると、周囲の界面張力の不均一性からその小片は運動を始める。実際に実験で、大きな水槽に小片を浮かべることにより、水槽壁面との相互作用や様々な運動形態が報告されてきたが、その理論的裏付けはなかった。業績 4. において、我々は数理モデルを構築し、さらにその詳しい解析から実験で観測されていた事実が理論的に説明できることを示し、また安定周期軌道の存在など、実験からは予測されない事実に対してもその存在を予見することができた。

#### 研究業績

- 1.S.-I. Ei, H. Ikeda and T. Kawana, Dynamics of front solutions in a specific reaction-diffusion system in one dimension, Japan J. Ind. Appl. Math. 25 (2008), 117-147.
- 2.S.-I. Ei, H. Ikeda, K. Ikeda and E. Yanagida, Eigenfunctions of the adjoint operator associated with a pulse solution of some reaction-diffusion systems, Bull. Inst. Math. Academia Sinica vol 3(2008) no. 4, 603-666.
- 3.K. Ohgane, S.-I. Ei and H. Mahara, Neuron phase shift adaptive to time delay in locomotor control, Appl. Math. Modelling 33(2009), 797-811.
- 4.Xinfu Chen, S.-I. Ei and M. Mimura, SELF-MOTION OF CAMPHOR DISCS -MODEL AND ANALYSIS-, NETWORKS AND HETEROGENEOUS MEDIA Volume 4, Number 1 (2009), 1-18.
5. Shin-Ichiro Ei, Yasumasa Nishiura, Kei-Ichi Ueda, Pulse dynamics for reaction-diffusion systems in the neighborhood of codimension two singularity, J. of Math. for Industry vol. 1 (2009), 91-95.
- 6.S.-I. Ei and T. Tsujikawa, The dynamics of weakly interacting fronts in an adsorbate-induced phase transition model, to appear in KYBERNETIKA vol.40 (2008).
7. S.-I. Ei and H. Matsuzawa, The motion of a transition layer for a bistable reaction diffusion equation with heterogeneous environment, DCDS vol. 26, number 3, March 2010, 901-921.

#### プレプリント

- 8.C.-N. Chen, S.-I. Ei and Y.-P. Lin, Turing patterns and wavefronts for reaction-diffusion systems in an infinite channel.
- 9.S.-I. Ei and K. Ohgane, A new treatment for periodic solutions and coupled oscillators.

#### 講演

1. Dynamics of Pulses Constructed by Front Interaction, NSC セミナー, 北海道大学電子科学研究所, Aug., 2008.
2. The motion of a transition layer for a bistable reaction diffusion equation in one dimensional space with heterogeneous environment, Mathematical Understanding of Complex Systems arising in Biology and Medicine, CNRS Japan-France LIA ReaDiLab, 明治大学紫紺館, October, 2008.
3. Motion of a transition layer in heterogeneous environment, 九州大学数値解析セミナー (Q-NA), KKR ホテル金沢, Nov., 2008.
4. 不均一拡散場におけるフロント解のダイナミクスについて, 神戸インスティテュート, Nov., 2008.
5. Interaction of deformed pulses in two dimensional spaces, 研究集会「非線形問題に現れる特異性の解析 (SNP2008)」, 関西セミナーハウス, Dec., 2008.
6. Dynamics of boundary spikes for Gierer-Meinhardt model in 2D”, Invited Workshop : Verified Computation of Solutions for Partial Differential Equations and Related Topics (Invited Organizer: Mitsuhiro T. Nakao), ECM2009 (International Conference on Engineering and Computational Mathematics), 27 - 29 May 2009, The Hong Kong Polytechnic University.
7. The effect of boundary conditions to the pulse dynamics, Reaction-Diffusion Systems: Modeling and Analysis ReaDiLab Conference in Orsay (France), 2009/6/2-5.
8. 自己複製ダイナミクスの数理, RIMS 研究集会, 散逸系の数理 -パターンを表現する漸近解の構成-, 京都大学数理解析研究所, 2009年6月24日(水)14:00~6月26日(金)12:05.
9. The dynamics of boundary spikes for reaction-diffusion systems in 2D, 2nd International conference on Reaction-diffusion systems and viscosity solutions, 13-18, July, 2009, Department of applied mathematics, Providence University, Taiwan.
10. The effect of boundary conditions to the dynamics of pulse solutions for reaction-diffusion systems, 第34回偏微分方程式論札幌シンポジウム, 2009年8月24日-29日, 北海道大学理学部.
11. The effect of boundary conditions to the pulse dynamics, 研究集会「第五回非線形の諸問題」, 2009年9月16日(水)14:00~9月18日(金)11:50 [会場]: 長崎商工会議所.
12. Effect of boundary conditions on the dynamics of a pulse solution for reaction-diffusion systems, 研究集会「微分方程式の総合的研究」, 東京大学大学院数理科学研究科 大講義室および056号室, 2009年12月18日(金) - 19日(土).
13. The effect of boundary conditions to the dynamics of pulse solutions for reaction-diffusion systems, 数学教室 彰化師範大学 (Changhua University) 台湾, 27th Dec. 2009.
14. The effect of boundary conditions to the pulse dynamics, ミニワークショップ「反応拡散系をめぐる最近の話題」, 京都産業大学 12号館 4F12421号室, 2010年2月20日.

学位

理学博士 (広島大学)

研究集会の主催

1. 「パターンダイナミクスの数理とその周辺」- 界面あるいは振動子系に現れる時・空間パターンに関連して - 研究代表者, 京都大学数理解析研究所 420 号室, 2008 年 6 月 25 日 - 27 日.
2. 九州非線形偏微分方程式「冬の学校」組織委員長, 九州大学箱崎キャンパス工学部本館 3F10 番講義室, 2008 年 11 月 20 日 - 22 日.
3. 「九州における偏微分方程式」研究集会 組織委員, 九州大学 箱崎キャンパス 国際ホール, 2009 年 1 月 26 日 - 28 日.
4. ワークショップ「創発現象の世界」組織委員日時: 10 月 16 日, 17 日会場: 九州大学西新プラザ
5. 九州非線形偏微分方程式・冬の学校, 組織委員長日時: 2009 年 11 月 6 日, 7 日 場所: 福岡市中央区, 福大セミナーハウス
6. 「九州における偏微分方程式」研究集会 組織委員, 九州大学西新プラザ, 2010 年 1 月 25 日 - 27 日

#### その他特記事項

- ・藤原毅夫、栄伸一郎, フーリエ解析と偏微分方程式, 裳華房, 2007, 198p.
- ・栄伸一郎, 山田光太郎, パターン形成の数理, 講談社, 2008, 126p.
- ・日本数学会応用数学分科会委員, および日本数学会函数方程式分科会委員 (ともに任期 2007 - 2008 年度).
- ・日本数学会 2009 年度評議員 [九州支部] 2009 年度
- ・日本応用数学会誌 JJIAM 編集委員