

田端 正久 (TABATA Masahisa)

#### 研究概要

研究分野は数値解析学です。偏微分方程式に対する数値解法の開発、解析、応用を研究対象としています。流れ問題の有限要素解析が研究の中心です。

##### (i) 混相流の数値解析の研究

流れ問題の数値解析において、単一のナビエ・ストークス方程式で記述される標準的な流れ問題では計算スキームの安定性と収束性の理論は確立し実用計算に有効に使われているが、気液二相流など混相流問題に対しては収束性や安定性が確立されたスキームは得られていなかった。それぞれの流体がナビエ・ストークス方程式に支配される二流体問題に対して、我々は、密度、流速、圧力を三角形1次、2次、1次要素で近似する有限要素スキームを開発し、エネルギー安定性を証明した。密度を界面捕獲関数として使えば収束性も示すことができる。次いで、未知界面で表面張力が働く二流体問題に対して、各要素で流体の平均密度を計算し密度を定数要素で近似するスキームに改良した。エネルギー安定近似に基づく有限要素スキームを開発し、エネルギーの意味で安定な計算ができる基準を示した。気泡上昇問題などでこの基準が満たされていることを示し、気泡形状への表面張力係数の依存性などを詳細に調べることができるようになった。この問題は界面の移動がその曲率に依存する性質を持っており、解析的に構成する創生解 (manufactured solution) は得られていなかった。気液二相流を一般化した二流体問題の創生解を作成した。この解を用いて、エネルギー安定有限要素スキームが数値的に収束していることを示した。

##### (ii) 時間2次精度特性有限要素スキームに関する研究

特性曲線に基づく流れ問題の有限要素数値解法は、従来の有限要素法にない利点を持っている。最終的に解くべき連立一次方程式は、ストークス方程式の近似と同種になり、行列は対称である。また、粒子移動が自然に近似できるので移動境界問題の解析に向いている。従来、特性有限要素法による計算のほとんどは、時間刻みに関して1次精度のスキームを用いていた。2次精度に関して、書物等で紹介されていたスキームに誤りがあることを指摘し、適切な追加項を加えることにより、時間に関して正しく2次精度になる特性有限要素スキームを構成することに成功した。このスキームは無条件安定であり、移流拡散方程式に対して収束性を証明した。収束精度は時間刻みに関して2次であり、空間精度に関しては使う有限要素空間の近似能力が発揮できる。得られた誤差評価は最良の評価である。同一の空間近似要素を用いるとき、時間1次精度スキームより大きい時間刻みを精度を失うことなく取ることができるので、計算効率が改善される。ナビエ・ストークス方程式に対してもこの結果を拡張すると共に、圧力安定化法と特性曲線法を組み合わせた新しい解法も開発し、高レイノルズ数計算で有効性を確かめた。また、この数値積分から混入する誤差を無視すると、理論的に安定性が証明されているが実際に計算をすると不安定になるという、理論と実際の乖離現象が生じることを解析し、数値計算で実証した。この点においても、時間刻み2次精度スキームの有効性が示された。

##### (iii) 温度依存係数を持つ熱対流問題の有限要素法の誤差評価に関する研究

地球物理学におけるマントル対流や硝子製造過程の溶融炉流れなどの熱対流問題

に現れる粘性係数は温度に強く依存している．高温部分では粘性係数は小さくなり，低温部分では粘性係数は大きくなる特性がある．現実の熱対流パターンの形成において粘性の温度依存性は大きな影響をもたらす．熱対流現象は，流速が遅いときは無限プラントル数を持つレーリー・ベナル方程式で記述され，そうでないときは一般のレーリー・ベナル方程式で記述される．これらの方程式は熱の対流項，流速の移流項のために非線形偏微分方程式系になっている．粘性係数等が温度に依存している場合には，その非線形性が増し解析をより困難にしていた．それぞれの方程式で粘性係数，温度拡散係数，熱膨張係数が温度に依存している場合にも適用可能な，誤差評価付きの有限要素スキームを作成した．その結果，粘性係数が温度に依存している複雑な熱対流問題が正しく数値シミュレーションできるようになった．

「マス・フォア・インダストリ」にかかわる H20, 21 年度の研究実績概要

(i) 高性能ホログラム記録・再生装置を開発するために，その数値シミュレーションを行った．具体的には，無限領域でのヘルムホルツ方程式を解くために，無反射人工境界条件を設定することが可能な DtN(ディリクレ・ノイマン写像)を用いて，無限領域での問題を同値な有限領域での問題に変換して，有限要素法により，ホログラム記録再生の数理シミュレーションを行い，再生に成功した．これは，パナソニック・ボストン研究所，パナソニックコミュニケーションズ(株)との共同研究である．

(ii) それぞれの流体がナビエ-ストークス方程式に支配され界面での表面張力と重力により流体形状を変える気液二相流問題を一般化した二流体問題に対して，創生解(manufactured solution)を作成した．この解を用いて，開発したエネルギー安定有限要素スキームが数値的に収束していることを示した．さらに，特性曲線有限要素法をこの問題に適用し，エネルギー安定特性曲線有限要素スキームの開発を行い，計算スキームの汎用化と高速化を実現した．

(iii) 特性曲線有限要素法は，移流が卓越した流れ問題を数値的振動を伴わず安定に解くことができ，解くべき行列が対称である特長を持っている．既存のスキームでは質量保存性は成立しなかったが，移流拡散方程式に対して，それを維持する特性曲線有限要素法を開発した．収束性を証明する共に，いくつかの数値計算で有用性を確認した．流速と圧力に四面体 1 次要素を使う圧力安定化特性曲線有限要素スキームの改良を行い，3 次元キャピティ流れ問題で良好な数値計算結果を得た．

研究業績

1. 野津裕史, 田端正久．Navier-Stokes 方程式のための圧力安定化・特性曲線法結合有限要素スキーム. 日本応用数学会論文誌, Vol. 18, No. 3, pp. 427-445, 2008.
2. 田端正久, 中尾充宏．偏微分方程式から数値シミュレーションへ / 計算の信頼性評価. 講談社, 東京, 2008.
3. H. Notsu and M. Tabata. A single-step characteristic-curve finite element scheme of second order in time for the incompressible Navier-Stokes equations. Journal of Scientific Computing, Vol. 38, No. 1, pp. 1-14, 2009.
4. H. Rui and M. Tabata. A mass-conservative characteristic finite element scheme for convection-diffusion problems. Journal of Scientific Computing, DOI:10.1007/s10915-009-9283-3, 2009.
5. M. Tabata and Y. Ueda. A set of variant Hermite tetrahedral elements for

three-dimensional problems. *Journal of Mathematics for Industry*, Vol. 1, pp. 131–138, 2009.

6. A. Suzuki and M. Tabata. Finite element matrices in congruent subdomains and some techniques for practical problems. To appear in F. Magoules, editor, *Domain Decomposition Methods: Algorithms and Practice*. Civil-Comp Press, Edinburgh.

7. Y. Mizuyama, T. Shinde, M. Tabata, and D. Tagami. Finite element computation for scattering problems of micro-hologram using DtN map. To appear in *JSIAM Letters*.

#### プレプリント

8. M. Tabata. Numerical simulation of fluid movement in an hourglass by an energy-stable finite element scheme. *MI Preprint Series*, 2009-28, Faculty of Mathematics, Kyushu University.

9. O. Pironneau and M. Tabata. Stability and convergence of a Galerkin-characteristics finite element scheme of lumped mass type. *MI Preprint Series*, 2009-32, Faculty of Mathematics, Kyushu University.

#### 講演

1. Numerical simulations of multi-phase flow problems by an energy-stable finite element scheme. *Fifth International Conference on Computational Fluid Dynamics*, 2008. Seoul National University, Seoul, Korea (2008.7).

2. A numerical convergence study for two-fluid flow problems. *International Conference on Partial Differential Equations and Applications*. City University of Hong Kong, Hong Kong (2008.12).

3. Manufactured solutions and numerical convergence study for two fluid flow problems. *45th Applied Mathematics Conference*. Caloundra, Australia (2009.2).

4. Some recent results on finite element characteristic methods for flow problems. *15th International Conference on Finite Elements in Flow Problems*. Chuo University, Tokyo (2009.4).

5. Manufactured solutions and numerical convergence study for two-fluid flow problems. *Numerical Analysis and Scientific Computing with Applications*. Agadir, Morocco (2009.5).

6. Manufactured solutions and numerical convergence study for two-fluid flow problems. *International Conference on Engineering and Computational Mathematics*. The Hong Kong Polytechnic University, Hongkong, China (2009.5).

7. A high-order mass-conservative characteristic finite element scheme for convection-diffusion problems. *International Conference on Spectral and High Order Methods*. NTNU, Trondheim, Norway (2009.6).

8. A mass-conservative characteristic finite element scheme of second order in time for convection-diffusion problems. *ENUMATH2009*. Uppsala University, Uppsala, Sweden (2009.6).

#### 学位

理学博士 (京都大学)

#### 受賞歴

応用数理学会平成 15 年度論文賞 JJIAM 部門 (2003.9)

#### 研究集会の主催

1. 科学研究費研究集会「流れ問題のための高品質数値解法と精度保証計算」, 金沢 (2008.11).
2. 科学研究費研究集会「応用数学合同研究集会」, 龍谷大学瀬田キャンパス, 大津 (2008.12).

#### その他特記事項

- Numerichse Mathematik 編集委員
- Journal of Scientific Computing 編集委員
- The Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics 編集委員
- Kyushu Journal in Mathematics 編集委員
- 日本応用数理学会評議員
- 日本計算工学会評議員
- 日本学術会議連携会員